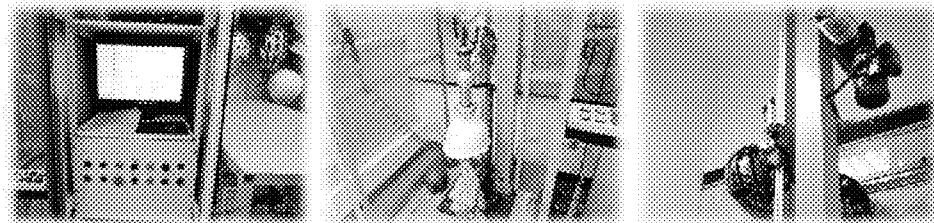
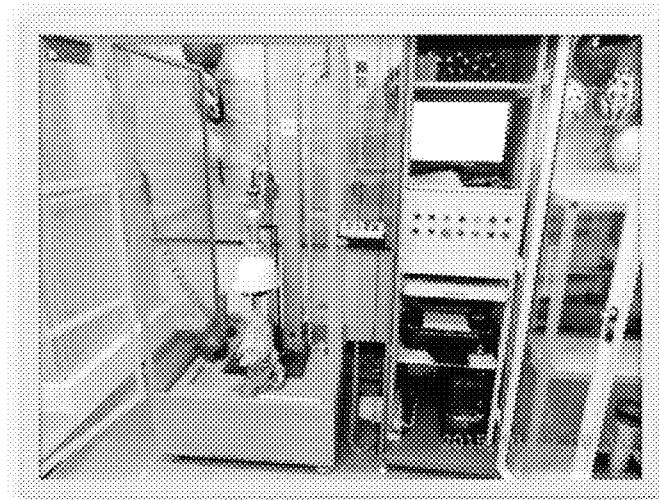




# 經濟部標準檢驗局 104 年度研究發展專題

## 產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗 之量測不確定度分析

報告書編號：104-48



經濟部標準檢驗局臺南分局 編印

中華民國 104 年 11 月

## 104 年度自行研究計畫月份工作進度表

研究題目	產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗之量測不確定度分析
參與人員	林士正、洪駿榮、方冠權
研究目標	<p>1. 考量在檢驗過程中一些可能影響檢測結果的因素，藉由量測不確定度之理論，分析各因素對檢驗數據的影響程度，據以提昇檢驗技術能力。</p> <p>2. 根據實際分析量測不確定度的結論，提供同仁在判定檢測結果時一個較客觀的參考。</p>

### 預定工作進度摘要

年	月	工作摘要	預定進度
104	01	資料蒐集	3%
104	02	資料蒐集	8%
104	03	資料蒐集	15%
104	04	資料蒐集	25%
104	05	資料整合	35%
104	06	資料整合	45%
104	07	資料分析	55%
104	08	資料分析	65%
104	09	整理報告	80%
104	10	整理報告	90%
104	11	完成	100%

(註)：百分比採累計方式

標準檢驗局臺南分局 104 年度自行研究報告提要表		填表人：林士正 填表日期：103.10.14
研究報告名稱	產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗之量測不確定度分析	
研究單位及研究人員	第二課；林士正、洪駿榮、方冠權	研究期程 自 104 年 01 月 01 日至 104 年 11 月 30 日
報 告 內 容 提 要		
<p><b>(一) 研究緣起與目的：</b></p> <p>鑑於同仁在檢驗產業用防護頭盔之衝擊吸收性試驗時，雖然皆依照國家標準之規定執行檢測，然而一些操作手法及相關細節，偶有造成檢驗數據些微差異之情形，有時甚至因而導致檢驗結果的不同，影響廠商權益甚大，藉由分析該試驗項目的量測不確定度，將所有可能影響檢驗數據的因素加以考量，以提供同仁在檢測實務上，對於檢驗結果的判定能有一個較客觀的科學判定準則。</p> <p><b>(二) 研究方法與過程：</b></p> <p>首先針對量測不確定度之理論做一說明介紹，接著根據過去的檢測經驗及國家標準的相關規定，提出較合理的試驗影響因素並加以整理歸納，最後，運用量測不確定度的理論進行量測數值的運算及分析探討。</p> <p><b>(三) 研究發現與建議：</b>(計畫提報時先省略第(三)項，俟研究計畫完成時再補充本項資料)</p>		

說明：報告提要以 1,500 字為限，且應包括下列 3 部分：

- (一) 研究緣起與目的
- (二) 研究方法與過程
- (三) 研究發現與建議

## 摘要

在進行產業用防護頭盔的衝擊吸收性試驗過程中，其檢測的流程係以一個重 5 公斤的衝擊頭由距離防護頭盔上方 1 公尺的位置，以自由落體方式落下撞擊防護頭盔，再由人頭模型下方的戴重計感應器感應量測出衝擊力量。在衝擊吸收性量測中，衝擊頭與防護頭盔間的衝擊距離可能會因操作人員安裝方式及樣品結構不同等因素，造成衝擊器落下高度產生些微差異性，本專題研究利用實驗方式，求得衝擊器落下高度對於衝擊吸收性的敏感係數（輸入量和被量測量單位間的轉換因子）為  $14.128\text{N/mm}$ ，再者，依據 CNS1336 Z3001(101.12.27)執行產業用防護頭盔衝擊吸收性之量測不確定度評估，經分析結果，本分局產業用防護頭盔專業實驗室對於衝擊吸收性量測之組合標準不確定度為  $25.4855\text{N}$ ，在 95% 信賴水準內，其量測不確定度為 0.982%。藉由本次專題研究建立產業用防護頭盔衝擊吸收性量測不確定度評估報告，可提供同仁更加了解量測過程的影響因素，並作為修正量測操作說明的重要參考依據，使檢測作業更趨一致性，可有效提升防護頭盔之檢驗技術。

關鍵字：產業用防護頭盔、衝擊吸收性、敏感係數、量測不確定度

# 目錄

研究報告提要表.....	II
摘要.....	III
表目錄.....	V
圖目錄.....	VI
第一章 緒論.....	1
第一節 前言.....	1
第二節 量測不確定度發展概況與文獻回顧.....	4
第三節 研究動機.....	7
第二章 量測不確定度評估方法.....	8
第一節 量測分類.....	8
第二節 量測模式.....	9
第三節 不確定度分佈與定量化.....	11
第四節 敏感係數.....	21
第五節 組合標準不確定度計算.....	24
第六節 擴充不確定度計算.....	26
第七節 不確定度報告.....	29
第三章 量測不確定度評估實例.....	30
一、產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗.....	30
第一節 前言.....	30
第二節 測試作業說明.....	31
第三節 量測不確定度評估數學模式.....	32
第四節 標準不確定度評估.....	33
第五節 組合標準不確定度評估.....	38
第六節 擴充不確定度評估.....	39
第七節 量測不確定表示法.....	39
第八節 結果與討論.....	39
第四章 結論與建議.....	40
第一節 結論.....	40
第二節 建議.....	40
參考文獻.....	42
相關網站.....	43
附錄 A t-分佈.....	45

## 表目錄

表 1 衝擊器落下高度與衝擊吸收性量測結果.....	23
表 2 衝擊吸收性量測結果.....	34
表 3 組合標準不確定度計算表 .....	38

## 圖目錄

圖一 矩形或均勻機率分佈圖 .....	16
圖二 三角形機率分佈圖 .....	17
圖三 常態機率分佈圖 .....	18
圖四 U形機率分佈圖 .....	19
圖五 $m$ 值變化下的柏以松分佈圖 .....	21

# 第一章 緒論

## 第一節 前言

量測在科學技術、國際貿易、工程項目及日常生活的各種領域中是不可缺少的一項工作，量測的目的是為確定被量測的量值。量測的質量往往會直接影響到國家和企業的經濟利益，例如，出口貨物若由於磅秤的不準確，多了就白送給外商，反之，少了就要賠款，兩者皆會造成很大的損失。量測的質量還往往成為科學實驗成敗的重要因素，例如：如果對於衛星的重量量測偏低，就有可能導致衛星發射因推力不足而失敗。量測的質量亦會對於人身的健康和安全造成重要的影響性，例如：使用 $\gamma$ 射線或雷射光治療疾病時，若對於劑量的量測不準確，劑量太小達不到治病的目的，進而延誤治療，反之，劑量過大會造成對人體的傷害。因此，當報告量測結果時，必須對量測結果的質量給出定量說明，以確定量測結果的可信程度。量測不確定度就是對量測結果的質量的定量評定，量測結果是否有用，在很大程度上取決於其不確定度的大小，所以量測結果必須有不確定度說明，才是完整的和有意義的。正如國際單位制計量已拓展到各種科學技術的量測領域並被全世界採用。在全球經濟和市場激烈競爭的今天，量測不確定度表示方法的統一是國際貿易和技術交流所不可缺少的，它可使得各國進行的量測與所得到的結果可以相互比對，進而取得相互的承

認或共識。因此，統一量測不確定度的表示方法和推廣應用國際公認的規則受到了國際組織的高度重視。

以往分析量測之總不確定度（又稱擴充不確定度），多是先找出各項誤差值，然後利用均方根法計算出一個數值，一般情況下就認為此數值即為量測的擴充不確定度。有時候會將此數值乘以一個修正因子後作為該量測的總不確定度。採用均方根法應該說也是一種對誤差處理的常用方法，但它是有一些先決條件的：首先，它要求各單項誤差必須互不相關，或叫彼此獨立。並且各單項誤差的極限值具有相同的信賴水平。對此，前者較容易實現，後者在實際中難以滿足。因此，在建立量測不確定評估時，採用此計算方法是不夠嚴謹的。按照“測量不確定度表達指南”的要求，應先找到影響測量結果的各單項誤差的極限值，再根據其誤差的性質確定其屬於何種分布，此時就可以確定其修正因子的大小了。再將各單項誤差極限值除以相應的修正因子後，轉換成相應的標準偏，並以標準偏表示該項的標準不確定度，如果此時各單項誤差是彼此相互不關聯的，再用均方根法計算出組合標準不確定度，最後再將組合標準不確定度乘以一個修正因子，就得到了測量結果的擴充不確定度。以上述可見，按照國際指南推薦的方法，要比用以往方法計算出的不確定度更加合理一些。同時分析量測系統之所有誤差來源，其重點將針對主量測儀器及其必需的配套設備

來加以考慮，有些影響量在分析過程中的不確定度時應予以考慮。另外在採用國際指南分析量測的不確定度時，還有一個問題值得注意。按國際指南推薦的計算方法，將不確定度的計算分為 A 類、B 類兩類估計方法，對於 B 類估計方法，基本上與上述方法類似。而對於 A 類標準不確定度，過去在建立量測不確定分析報告中大多數未加以考慮。若考慮此項不確定度，只要將原技術報告中重覆性標準偏差值直接引進來即可。就精密量測的關點而言，這是不妥的情形。為了正確估計 A 類標準不確定度，對於送到上一級計量檢定機構檢定的校正用儀器，應請上級檢定機構對此提供數據，而可以自行進行量值傳遞的，當然也要對標準裝置本身進行重覆測量才完整。

在國際經濟和市場平等競爭情形下，各方面之量測表達方式必須與國際接軌，才得以提供可被接受的量測數據。目前國際標準化組織（ISO）為了推廣與落實量測不確定度概念與作法，陸續對於相關標準進行修正，如 ISO/IEC 17025 (1999) 及 ISO 9001 (2000) 等等[相關網站]，這些標準對於量測結果的不確定均有明確的要求。由上述可知，量測不確定度的評估在計量學領域中是一個非常重要的的概念。如能確實落實並運作，最後方能確保產品品質之穩定性。

由於產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗之試驗過程，係由一重 5 公斤之位能，自 1 米高處掉落後撞擊試驗樣品，經由試驗樣品的緩衝作

用，由人頭模型下方的感測器偵測所受的最大瞬間力量。經由整個試驗過程，發現影響檢測數據的主要因素除了感測器本身的不確定度外，還有試驗衝擊頭的高度調整，每增加 1 公釐的高度，約略會增加 14 牛頓的衝擊力量。實務上，建議在衝擊頭懸掛上吊鉤之後，以游標卡尺量測衝擊頭下緣與樣品上方衝擊點之距離，據以修正設定上升高度，以確保衝擊高度之準確性，在衝擊高度修正後，再考慮衝擊高度造成之不確定度影響，當檢驗數據接近（不）合格邊緣值時，考量不確定度因素進行判定，藉以提升檢驗技術精度。

## 第二節 量測不確定度發展概況與文獻回顧

量測不確定度之想法與建議始於 1963 年美國國家標準局 (NBS) 的 Eisenhart 在研究「儀器校正系統的精密度和準確度的評估」時提出了定量表示不確定度的建議。70 年代，NBS 在研究和推廣量測保證方法 (MAP) 時在不確定度的定量表示方面有了進一步的發展。不確定度這個術語逐漸在量測領域內被廣泛應用，但表示方法各不相同。1977 年 5 月國際游離輻射諮詢委員會 (CCEMRI) 的 X- $\gamma$  射線和電子組討論了關於校正證據如何表達不確定度的幾種不同建議，但未作出決議。1977 年 7 月的 CCEMRI 會上提出了這個問題的迫切性，由 CCEMRI 主席，即當時美國 NBS 局長 Ambler 將此量測不確定度

表示的國際統一問題提案送交國際度量衡委員會 (CIPM) 討論。1978 年，國際度量衡局 (BIPM) 依 CIPM 要求制訂了一份詳細的問卷，並分發至 32 個國家計量研究院及 5 個國際組織徵求意見。1980 年，BIPM 依各國彙總出來之意見，成立了不確定度表示工作小組，並起草了一份建議書，名為 INC-1 (1980)。該建議書向各國推薦了不確定度的表達原則，使得量測不確定度的表示方法取得國際的統一性。

1981 年第 70 屆 CIPM 大會批准了上述的建議，並發佈了一份 CIPM 建議書：CI-1981。1986 年，CIPM 再次重申採用上述量測不確定度表示的統一方法，並發佈了一份 CIPM 建議書：CI-1986。CIPM 建議書推薦的方法是以 INC-1 (1980) 為基礎，要求所有參加 CIPM 及其諮詢委員會贊助下的國際比對及其他工作參與者，在發給報告時必須使用「組合不確定度」。自 80 年代以來，CIPM 建議的不確定度表示方法已經在世界各國許多實驗及計量機構中使用。但正如國際單位制計量單位不僅在計量部門使用一樣，量測不確定度應該可以應用於一切使用量測結果的領域。為了進一步促進 CIPM 方法在國際上的廣泛應用，1986 年，CIPM 要求國際標準化組織 (ISO) 以 INC-1 (1980) 建議書為基礎，起草一份能廣泛應用的指引文件。這項工作隨後得到了 7 個國際組織的支持與贊助，這些組織包括：國際度量衡局 (BIPM)、國際電工委員會 (IEC)、國際臨床化學聯合會 (IFCC)、

國際理論物理與應用物理聯合會（IUPAP）、國際法定計量組織（OIML）。自此，便由 ISO 第四技術顧問小組（TAG4）的第三工作小組（WG3）執行起草工作，該工作組的成員是由 BIPM、IEC、ISO 和 OIML 等組織推薦。1993 年，第一版量測不確定度表示方式指引（Guide of the Expression of Uncertainty in Measurement, GUM）以 7 個國際組織的名義正式由 ISO 發行；1995 年修訂再版，目前這份指引已經獲得廣泛地為各國所遵行及採用。2001 年，由上述 7 個國際組織及國際實驗室認證大會（ILAC）的代表，在 BIPM 召開計量學指引聯合委員會（JCGM）會議，其中第一工作小組（WG1）接管了 ISO 原來的 TAG4 的任務，一方面對 GUM 進行了增修和充實；另一方面計畫出版一份簡易版本，以便於基層推廣應用量測不確定度。第二工作小組（WG2）負責修訂 VIM，以便於在基本術語上獲得各類學門、領域之更為廣泛的認同。[1-9]

當前國際上在表示量測結果及其不確定度時的約定作法，使得全世界不同國家、不同地區、不同學科、工程、商業、工業及法規等領域在表述量測結果和量測不確定度時具有一致的含意，以便於理解、翻譯和比對。因此，量測不確定度表示方式指引的應用必將推動人類的科技進步和促進國際交流具有重要的意義。

### 第三節 研究動機

有鑑於分局同仁在檢驗產業用防護頭盔之衝擊吸收性試驗時，雖然皆依照國家標準之規定執行檢測，然而一些操作手法及相關細節，偶有造成檢驗數據些微差異之情形，有時甚至因而導致檢驗結果的不同，影響廠商權益甚大，藉由分析該試驗項目的量測不確定度，將所有一些可能影響檢驗數據的因素加以考量，以提供同仁在檢驗實務上檢驗結果的一個較客觀的科學判定準則。

## 第二章 量測不確定度評估方法

### 第一節 量測分類

任何一個不確定度的分析首先必須要有一個明確的分類。儘管這個步驟似乎是瑣碎不重要的，事實上它是非常重要的且非常困難的。沒有清楚瞭解量測目的及量測結果的影響因子，則一個有意義的不確定評估將不可能達成。關於這一點可由 ANSI/NCSL Z540-2-1997（美國量測不確定度表示指南）亦有明確的規範。在一個複雜的測試中，被量測量與影響量測結果的因子並不有清楚的界定，甚至於在工業標準測試方法中，設定各種零件之公差及測試機械的特性，對於環境條件、樣品準備的特定方法、材料本身在測試過程中自然存在的主要變異來源都必須加以管制。假如實驗室不了解這一點，則測試過程就猶如一個黑盒子，實驗室將無法分析量測不確定度。

在另一方面，量測定義需求的基準必須受被量測正確性基準所支配。被量測量的分類可能需要描述有關時間、溫度及壓力的量。例如：採用 ASTM D638 中特定方法進行纖維強化複合材料拉伸破壞強度量測時，除了需對於被量測量的界定外，尚需註明對於拉伸強度結果有影響的不確定性因子，包含：

1. 載明拉力機的準確性與其他特性。
2. 輽明測試的環境條件。

3. 載明測試樣品的模式條件與尺度條件。
4. 載明製作樣品的環境條件。
5. 載明使用於量測製作測試項目的寬度與厚度的正確性。

在界定被量測量時，觀察其明確性、暗示性因子是非常重要的工作，通常可藉由了解原理、假設與科學基礎來界定必需的影響因子。

## 第二節 量測模式

量測結果的不確定度是由於我們對於被量測量與影響因子兩者之認識的不完整所造成的。即使在修正已知的系統效應後，修正後的量測結果也只是一個被量測量的評估值，這是由於隨機效應及我們對於修正量大小本身只是一個評估量。我們注意到對於一個經過修正後的量測結果可能已經非常的接近被量測量的值，即使量測本身可能就是一個大的不確定度。在另一方面，量測的不確定度必須不被未知誤差所混淆，影響量測的不確定度許多可能的來源包含：

1. 對於被量測量的不完全界定。
2. 對於被量測量的不完整瞭解。
3. 採用不具代表性的樣品。
4. 在量測時環境條件的影響或環境條件量測的不完整。
5. 讀取類比儀器數據的個人偏差，包含視差效應。

6. 有限的解析度或識別能力。
7. 量測標準與參考材料非解析值。
8. 由外部來源和使用資料轉換演算影響因子的非解析值。
9. 在量測方法與程序中結合近似方法與假設條件。
10. 在相同的條件下對於被量測量的觀察變化。

不確定度的來源不一定是獨立的，且一些或 1-9 項中可能貢獻於重複觀察下的變化。假如所有量測結果的影響量間是可以變化的，則其不確定度可藉由實驗數據的統計處理來評估。但這似乎在實際的情形是不可行的，因為在這樣一個詳細的實驗評估其不確定度需耗費相當大的費用與時間。在 GUM 中假設所有量測結果的不確定度基於量測的數學模式可以被評估。再者，這個模式可符合相對量測需求的精確性的需求。然而，由於數學模式總是不完整的，所有適當的輸入量可以被改變，以致於不確定度評估盡可能是基於實驗的數據。利用實驗標準與管制圖可以建立統計管制的量測系統，且這些數據可被使用作為獲得合理的量測不確定度評估。當實驗數據顯示數學模式是不完整的，則這個模式就應該進行修正。

在一般情形，數學模式應該是幾個輸入量的函數，由輸入量來獲得量測結果。假如輸入量為  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $\dots$ 、 $x_n$ ，則我們可以寫出量測結果  $y$  與輸入量  $x_i$  的關係函數，如下式所示：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

這個函數可以了解輸入量所具有的不確定度，亦即整個量測過程  
中量測結果之不確定度，這也是整個量測過程的誤差源。

### 第三節 不確定度分佈與定量化

#### 1. A 類的標準不確定度評估

A 類不確定度評估係由實驗數據的統計分析推導得到，在統計分析方法中，該型態的不確定度評估有一定的複雜性，所以我們僅考量測試結果的標準差作為 A 類不確定度評估。詳細的陳述可參考 GUM 和 ISO 5725。

通常評估一個量測值係由這些測試結果的平均值來決定。例如，對一個被測量值 X，在同一條件下進行 n 次獨立重複量測，量測值為  $X_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )，可由下式得到樣本之算術平均數  $\bar{x}$ ，

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

$\bar{x}$  為被測量值 X 的估計值即測量結果。以  $\bar{x}$  來表示實驗標準偏差  $\sigma(\bar{x})$ ，關係式如下所示：

$$\sigma(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3)$$

這些數據可以利用計算機或程式加以計算得到，例如：在 Excell

中可以由 AVERAGE 和 STDEV 功能很快且容易得到測試結果的平均值與標準差。

## 2. B 類的標準不確定度評估

有些不確定度的因素不能用統計方法來計算，或統計的評估是無意義的。對於輸入量之不確定度無法由實際重複量測數據加以統計分析求得，而是以直接給定或推估分配計算方式求得之不確定度，稱這個不確定度為 B 類標準不確定度。B 類標準不確定度的評估方法，可藉由參考標準件的校正報告或物理量宣告的不確定度，以擴充不確定度的形式來表示，並可轉換為標準不確定度。B 類標準不確定度來源包括：當標準不確定度無法由重複觀察求值而得，因而量不到真值，其原因可能來自裝置因素、環境因素、人為因素、儀器特性、待測物本身因素及方法因素等等，或者來自以往的量測數據、對於相關材料和儀器特性的經驗、製造商提供的規格、校正報告或其他證書提供的數據、手冊中賦予參考數據的不確定度。B 類評估係依據輸入量對應的標準不確定度換算出來。

當量測之輸入量不確定度無法由實際重複量測數據加以分析求得（即無法以 A 類評估方法求得時），則必須藉由直接給定或推估分配計算方法求得。這裡的推估分配計算方法即藉由推估量測過程中的

變異因子，套用相關之機率分佈函數加以描述求得其量測不確定度，該類評估方法所求得的結果稱為 B 類標準不確定度。因此，本章節將對於量測不確定度評估方法採用之機率分佈進行介紹。

機率分佈係量測結果的值與該值出現的機率之間的對應關係，稱為量測結果的機率分佈。在統計的理論中，機率分佈種類存在無限多種，但僅有少部分之機率分佈被運用於量測結果的評估，在這一章節中我們將推導這些機率分佈函數，並藉由這些簡單推導過程，可以讓我們了解這些機率分佈函數中變數如何獲得，如此才可以更正確使用這些機率分佈函數來描述量測結果。

### (1) 矩形分佈

首先，我們從矩形分佈進行介紹，該分佈又稱均勻分佈。這個機率分佈被使用於描述輸入量得到的值皆落在兩個界線之間，且在該範圍內任何一點的輸入量出現的機率皆相等的量測模式。圖一為矩形或均勻機率分佈圖，該分佈形式中分佈出現機率為連續的，該機率分佈係由一水平線延伸形成的兩個界限分佈形態。假如界限為 $\pm a$ ，則我們可知輸入量落在界限 $+a$  與 $-a$  之間的機率皆等於 1，在界限以外出線的機率則為 0。機率分佈函數的基本需求中，經常會對於分佈函數正交化，由於正交化的機率分佈函數積分必須等於 1。

對於矩形分佈函數  $f(x)=c$  而言，其界限為 $\pm a$ ，該分佈函數之正

交化可表示為下式：

$$\int_{-a}^{+a} f(x)dx = \int_{-a}^{+a} cdx = cx \Big|_{-a}^{+a} = c(a - (-a)) = 2ca = 1 \quad (4)$$

為滿足正交化條件，我們可以選擇  $c=1/2a$ ，因此，最後得到之矩形機率分佈函數為  $f(x)=1/2a$ ，其界限包含  $\pm a$ ，以 y 軸為中心（或是分佈中心為  $x=0$ ）。

變異以  $\sigma^2$  表示，其含意為機率分佈函數量測結果的分散程度，或稱分佈寬度，其可由正交化機率分佈函數的積分獲得，如下式所示：

$$\sigma^2 = \int x^2 f(x)dx \quad (5)$$

對於矩形機率分佈函數，我們可由下式獲得其變異：

$$\sigma^2 = \int_{-a}^{+a} \frac{x^2}{2a} dx = \frac{1}{2a} \left( \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-a}^{+a} = \left( \frac{1}{6a} \right) (a^3 - (-a)^3) = \frac{2a^3}{6a} = \frac{a^2}{3} \quad (6)$$

標準差  $\sigma$  為正的變異的平方根，矩形分佈的標準差為：

$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

矩形分佈使用的注意事項如下：

- a. **均勻機率**：矩形分佈的定義係假設不確定度貢獻有一個均勻的機率發生在兩個界限間。另一方面，在界限之間的每一個值都有相同的機率。自然界中除了離散的事件外，通常不會呈現這個形式的行為，所以這個型式的機率分佈實際上要在一個嚴苛的需求下才能實現。

- b. **100%封閉**：在均勻機率分佈中，落在界限外的機率皆為零，也就是說所有可能的值對應之不確定度貢獻皆會落在界限之間。
- c. **最小界限**：假如界限 $\pm a$  包含全部的分佈，則在界限 $\pm na$  中， $n$  為任一大於或等於 1 的值。因此，這個界限為不確定度評估中界線的最小值，否則得到不確定度估計便非常大。

另可以藉由下列三個準則來識別是否適用矩形分佈型態：

- a. **數位解析度**：由於數位指示的裝置之有限解析度的不確定度是一個共通的不確定因素。假如裝置的解析度為  $R$  則我們知道指示值  $x$  可能落於  $x \pm 0.5R$  之間。對於矩形分佈便是一個很好的有限解析度不確定度模式，對於有限解析度的指示裝置之標準差可表示如下：

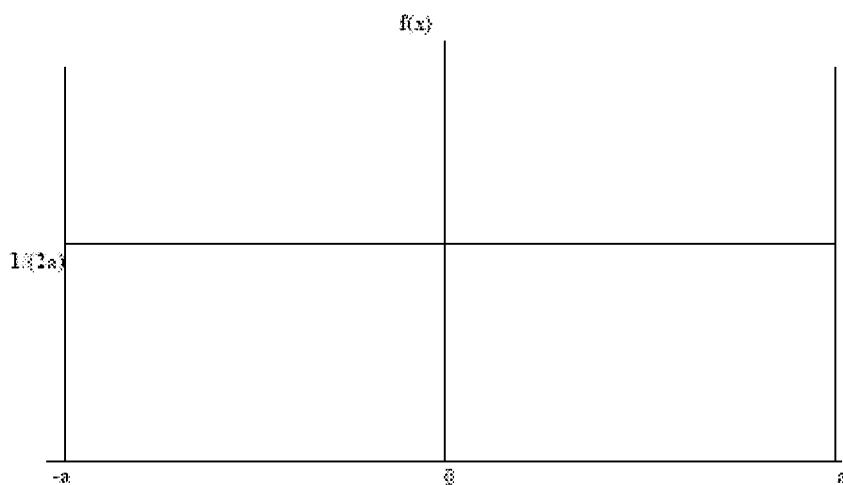
$$u_R = \frac{0.5R}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

- b. **RF 相角**：RF 功率指示器在一個負載中係藉由一個介於 $-\pi$  到 $+\pi$  的相角 $\theta$ 來傳遞，且發生在這些界限內的機率是均勻的。因此相角的標準不確定可表示為：

$$u_\theta = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \cong 1.81 \quad (9)$$

- c. **未知的表示**：矩形分佈經常使用於未知實際分佈的例子中，這個機率分佈經常在 B 類不確定度評估的例子中出現，其值與對應不

確定度因素的不確定度可由參考書中得到。例如，假如我們需要材料的線性熱膨脹係數，我們可由參考書中找到一個值為” $150\text{ppm/mm}^{\circ}\text{C} \pm 20\text{ppm/mm}^{\circ}\text{C}$ ”，這在書中只是一個訊息，並無給定如何去推導得到其不確定度。像這樣的例子，只是一個典型將其不確定度視為矩形分佈。



圖一 矩形或均勻機率分佈圖

## (2) 三角形分佈

若已知輸入量有集中分佈於機率分佈中心趨勢，其集中程度介於常態分佈與矩形分佈之間，通常會將此分佈型態設定為三角形分佈。例如，想像兩個塊規在平面上吸附在一起，在達到熱平衡之後，對於兩者溫度差異幾乎為零，可能的溫度分佈在兩端界限出現機率為零（實驗決定）。對於這種行為的機率分佈通常採用三角形分佈來表示，如圖二所示，其正交化之機率分佈函數可表示如下

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+a)}{a^2} & \text{for } -a \leq x \leq 0 \\ \frac{(a-x)}{a^2} & \text{for } 0 \leq x \leq a \end{cases} \quad (10)$$

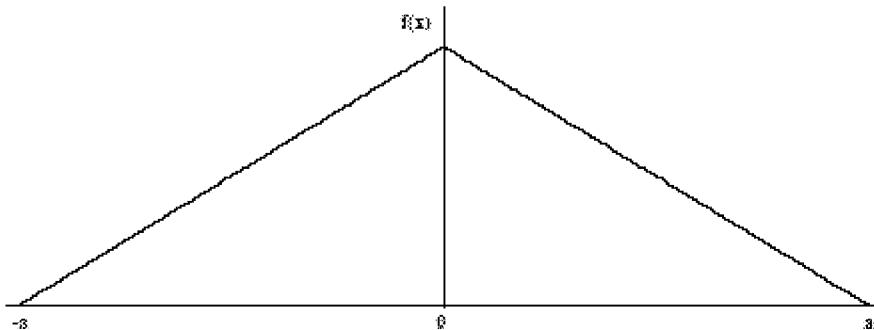
這種分佈的變異為：

$$\sigma^2 = \frac{a^2}{6} \quad (11)$$

因此，三角形分佈的不確定度標準差為：

$$u = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (12)$$

$a$  為機率分佈區間的半寬度。



圖二 三角形機率分佈圖

就上述塊規例子而言，我們已知由實驗得到的溫度差為  $0.1^\circ F$ ，則  
我們可以評估兩塊規間的溫度差不確定度為

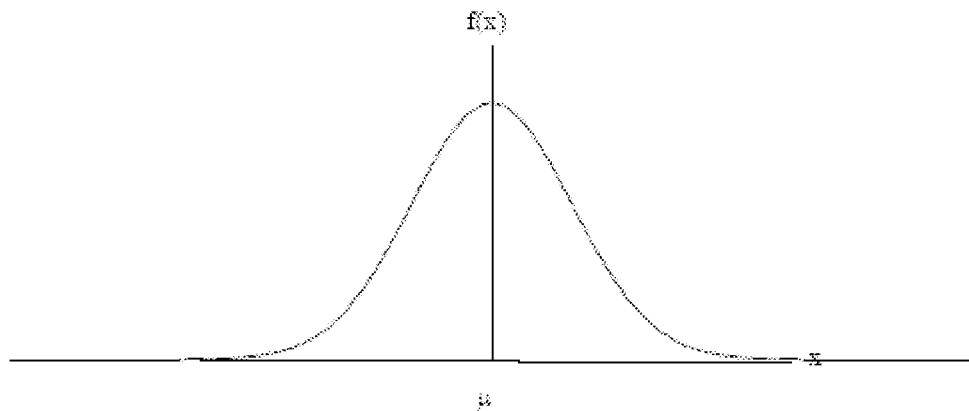
$$u_T = \frac{0.1^\circ F}{\sqrt{6}} = 0.0408^\circ F \quad (13)$$

### (3) 常態分佈

這個分佈藉由兩個參數來表示：平均值 $\mu$ 由分佈的中心位置來決定，標準差 $\sigma$ 由分佈的寬度來決定，常態分佈的機率密度表示為：

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \quad (14)$$

一般自然現象的統計行為皆適用該機率分佈，其分佈圖如圖三所示：



圖三 常態機率分佈圖

#### (4) U形分佈

這個分佈模式適用於輸入量的值大都在界限附近的情形，該機率分佈圖如圖四所示。例如，從事恆溫工作，室溫趨近於我們設定點的最大容許差異值，如室溫相對於設定點大都集中在太熱或太冷。這個機率密度函數表示如下：

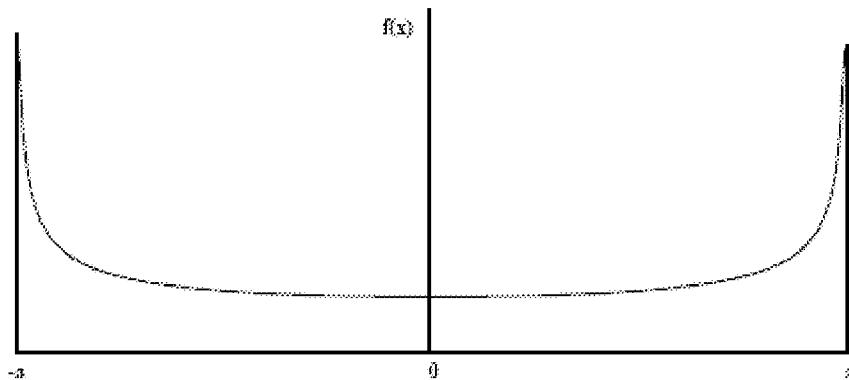
$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}} \text{ for } -a < x < a \quad (15)$$

這裡的界限為 $\pm a$ ，其標準差為：

$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (16)$$

例如，假定室溫控制容許變異界限為 $\pm 5^{\circ}\text{C}$ ，則室溫的變異標準不確定度為：

$$u_T = \frac{5^{\circ}\text{C}}{\sqrt{2}} = 3.54^{\circ}\text{C} \quad (17)$$



圖四 U形機率分佈圖

## (5) 柏以松分佈

柏以松分佈模式通常被使用於給定時間與空間單位的隨機發生事件情形。例如，對於一天內機器生產壞的零件產品的數量，其構造中螺帽缺失的數量，或藉由放射性樣品檢測出數量的分佈情形皆可套用該形式之機率分佈。以下有四個必要的條件，採用柏以松分佈是一個好的近似：

- a. 感興趣的變數必須是事件的數量（因此，感興趣的變數必須是正

積分或零)。

- b. 隨機的事件必須是分離的且彼此相互獨立的。
- c. 隨機事件必須在給定的時間或空間發生機率相同。
- d. 隨機事件對於可能事件的最大值應該是較無相關性。

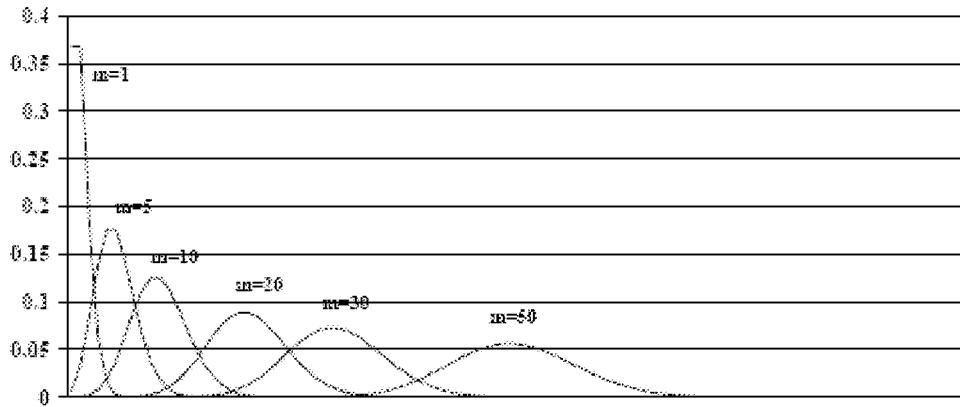
假如每單位時間或空間隨機事件平均為  $m$ ，則機率密度  $P(x)$  可表示如下：

$$P(x,m) = \frac{m^x e^{-m}}{x!} \quad (18)$$

這裡的  $x$  表示事件發生數量， $e$  是自然對數( $e \approx 2.71828$ )。

圖五表示出柏以松分佈隨變數  $m$  的變化。注意到當  $m$  增加，分佈的寬度增大且向右邊遷移。此外，當  $m$  增加，柏以松分佈越趨近於常態分佈。由於柏以松分佈被聯繫著離散事件數量，它實際上並不是平滑的曲線，且是一個修正多角形後的曲線。然而，為了呈現增加  $m$  的分佈行為我們將點連結起來表示。

在  $m=1$  時，我們可以看出曲線是非常的狹窄且非常急速的縮小，這表示一個事件在實際特定的時間與空間區間是稀疏的，則其多數發生的機率在相同的區間中是非常的低。因此，當平均發生數量增加，則其機率便偏離特定區間的增量。另外，因為無論  $m$  的值為何，曲線下的面積必須等於 1，分佈的寬度加寬，所獲得的事件平均數減少(如：曲線的高度減少)。



圖五  $m$  值變化下的柏以松分佈圖

## (6) 機率分佈的結論

就一個封閉的界限 $\pm a$ ，各個機率分佈的標準差表示如下：

矩形分佈：

$$\frac{a}{\sqrt{3}} \approx 0.5774a \quad (19)$$

三角形分佈：

$$\frac{a}{\sqrt{6}} \approx 0.4082a \quad (20)$$

柏以松分佈：

$$\sigma = \sqrt{m} \quad (21)$$

，其中  $m$  為在給定時間或空間時，隨機發生的平均數量。

## 第四節 敏感係數

敏感係數本質上是提供一個輸入量與被量測量單位間的轉換因子。例如，被量測量為電阻（單位為歐姆， $\Omega$ ），溫度為一個輸入量，

則我們可以將溫度乘上一個係數（其單位為 $\Omega/{}^\circ\text{C}$ ）直接轉換成電阻。

敏感係數也是作為評估輸入量對於被量測值的改變情形。數學上，敏感係數 ( $C_i$ ) 係由模式函數  $f$  對輸入量 ( $x_i$ ) 的偏微分得到，如下式所示

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (22)$$

這個數學關係式表示輸入量微小改變時，被量測值 ( $f$ ) 的變化量。

此外，敏感係數也可以由實驗方式來決定。對於未知數學模式時，則我們即無法利用數學方式來決定出敏感係數，所以我們必需藉由合適的實驗方式來獲得。

例如，在衝擊吸收性量測中，我們可以利用實驗方式來評估，固定衝擊器及衝擊校正墊，藉由衝擊落下高度（註：衝擊器之下端與試樣衝擊點之間的距離）改變觀察其對於衝擊吸收性結果的影響程度。

在理論上，利用實驗方式來決定出敏感係數是簡單且方便的。就衝擊吸收性的量測而言，對於一個感興趣的變數  $x$ ，我們開始選擇在一特定的值的小範圍內。這個範圍的選擇有利於我們對每一個試件進行實驗，將實驗結果繪在一圖表上，以變數  $x$  為水平軸，量測結果為縱軸。利用最小平方法來描述所有通過的數據點，則這條線的斜率即為要求的敏感係數。這個方法對於輸入變數  $x$  與量測結果為線性變化

關係是有用的，若兩者的關係為非線性關係時，則這個方法是不適用的。

此外，對於已知函數模式時，其敏感係數可以由數學方式來評估。偏微分係表示固定其它輸入量，微小改變輸入量對被量測量的變化量。因此，我們可以利用最小平方法來評估衝擊器落下高度與衝擊吸收性量測結果，如表 1 所示。

表 1 衝擊器落下高度與衝擊吸收性量測結果

衝擊器落下高度	衝擊吸收性
28cm	4907.1N
29cm	5033.6N
30cm	5204.6N
31cm	5367.8N
32cm	5446.4N

由此可知，其衝擊吸收性的敏感係數為  $141.28\text{N/cm} (\approx 14.13\text{N/mm})$ 。這個結果顯示輸入變數與量測結果為線性變化關係。因此，我們可以利用實驗方式來求得衝擊器落下高度對於衝擊吸收性的敏感係數，另外，這個實驗方式亦可運用於其他線性系統中，求取各個輸入變數與量測結果的敏感係數。

## 第五節 組合標準不確定度計算

### 1. 非修正輸入量

一旦所有輸入量的不確定度值  $u_i$  與敏感係數  $c_i$  被決定後，其組合不確定度可表示為各個輸入量的不確定度平方與其敏感係數平方乘積總和之平方根，如下式所示

$$u_c = \sqrt{\sum_i c_i^2 u_i^2} \quad (23)$$

換言之，我們可以由組合標準不確定度定出組合變數為：

$$u_c^2 = \sum_i c_i^2 u_i^2 \quad (24)$$

### 2. 修正輸入量

當輸入量彼此是相互關連時，則輸入量的值不再是獨立的。例如，在進行拉伸強度量測時，量測試件之厚度與寬度是相關的，因為這兩個量是利用相同的游標卡尺進行量測的。對於相關的輸入量而言，其組合變數表示如下：

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_i c_j u_i u_j r(x_i, x_j) \quad (25)$$

相關係數  $r(x_i, x_j)$  具有輸入量  $x_i$  與  $x_j$  相關自由度之特性，假如輸入量為非相關性，則  $r$  等於 0。對於完全相關的輸入量，其  $r$  等於  $\pm 1$ ；相關性自由度為變動時，其  $r$  在  $+1$  與  $-1$  之間變動。

為了評估相關係數，我們首先必需評估兩個相關輸入量的”協方差”，兩個相關輸入量的平均值之協方差評估可由下式來決定：

$$s(\bar{q}, \bar{r}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})(r_k - \bar{r}) \quad (26)$$

相關之係數為

$$r(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \frac{s(\bar{x}_i, \bar{x}_j)}{s(\bar{x}_i)s(\bar{x}_j)} \quad (27)$$

其中  $s(\bar{x}_i)$  與  $s(\bar{x}_j)$  為輸入量  $x_i$  與  $x_j$  之實驗標準差。

假如我們處理相關的輸入量，但所得到的相關程度很小，忽略其相關性可能是安全的。假如我們忽略其相關性，對於輸入量之不確定度與對應之敏感係數利用簡單的平方根總和，即可獲得組合標準不確定度為

$$u_c = \sqrt{c_i^2 u_i^2} \quad (28)$$

但這非意味著所有的相關性輸入量皆可採用此方式來簡化，其先決條件為各個輸入量彼此的相關性很小時才成立，否則必需採用相關性輸入量評估模式。

### 3. 相對組合變數

假如模式函數  $f$  為：

$$f = cx_1^{p_1}x_2^{p_2}\dots x_n^{p_n} \quad (29)$$

且指數  $p_i$  已知為正或負的數，且輸入量的不確定度是非相關的，則對應之組合變數可由下式來表示：

$$\left[ \frac{u_c(y)}{y} \right]^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{p_i u(x_i)}{x_i} \right]^2 \quad (30)$$

## 第六節 擴充不確定度計算

GUM 不確定度評估方法中，係將輸入量的不確定度予以鑑定與定量化，並以一個標準差來表示這些不確定度。因此組合標準不確定度為一個標準差。就常態分佈情形而言，一個標準差包含著 68% 的被量測量可能的值。

儘管在一些商業、工業或管理上的應用，利用組合標準差來表示量測結果的不確定度，但我們經常需要去給定一個量測不確定度可以涵蓋大部分可能量測的結果。因此，藉由增加量測不確定度來涵蓋大部分被量測的期望值，此不確定度稱之為擴充不確定度，以 U 符號來表示。擴充不確定度 U 係由組合不標準差乘上一個收斂因子 k 而獲得，如下式所示

$$U = k u_c(y) \quad (31)$$

為了獲得收斂因子 k，需要先評估組合標準差的不確定度。這個

不確定度由  $u_c(y)$  的有效自由度  $v_{eff}$  來表示，其中  $v_{eff}$  表示對於評估  $u_c(y)$  時可獲得多少訊息來決定。假如自由度的值高的話，意味著對於評估  $u_c(y)$  能更有效的獲得。

對於涵蓋 95% 被量測量可能的值，通常需要的收斂因子  $k$  的值介於 2 至 3 之間。對於非常大的  $v_{eff}$  值， $k$  會趨近於 2，這相當於兩個標準差涵蓋近 95% 常態分佈。假如有限的資訊對於不確定度評估是有效的，以致於不確定度的評估是大的，這反映出小的自由度與大的  $k$  值。

計算  $k$  值的四個步驟程序：

1. 估計被量測量  $y$  與組合標準差  $u_c(y)$ 。
2. 利用 Welch-Satterthwaite 公式估計自由度  $v_{eff}$ ：

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{c_i u^4(x_i)}{v_i}} \quad (32)$$

這裡的  $v_i$  表示評估  $x_i$  不確定度大小的自由度，A 類評估中這個自由度為  $v = n - 1$ ，其中  $n$  為重複量測的次數。假如  $n$  次獨立量測係由最小平方法的直線片段與斜率來決定時，則它們個別標準不確定度的自由度為  $v = n - 2$ 。在一般情形中，由一最小平方法近似  $m$  個參數獲得  $n$  個數據點，則每一參數的標準不確定度自由度為  $v = n - m$ 。B 類不確定度評估的自由度計算相當的困難，但 GUM 提出了一個表示

式：

$$\nu = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (33)$$

對於 B 類的標準不確定度評估是一個基於個人主觀判定的量。

3. 由 T 分佈表中，對應其自由度  $\nu_{eff}$  與信賴水準 p 來求得 t-因子。

假如  $\nu_{eff}$  不是一個整數，則選取最接近的整數值。

4. 利用  $k = t_p(\nu_{eff})$  關係，即求得擴充不確定度  $U = k u_c(y)$ 。

在本研究衝擊吸收性試驗中，組合不確定度為  $u_{AV} = 25.4855 \text{ N}$ ，載重計感應器標稱值  $E_s$ 、重覆量測值  $E_m$ 、試驗機讀值解析度  $E_{mr}$ 、重覆量測值  $E_m$  的量測不確定度分別為  $25\text{N}$ 、 $4.9255\text{N}$ 、 $0.0289\text{N}$ 。相對應的自由度分別為  $60$ 、 $59$ 、 $50$ 、 $112.6$ 。最後，這些輸入量的敏感係數皆設為  $1$ ，利用 Welch-Satterthwaite 公式來計算組合標準差的有效自由度：

$$\begin{aligned} \nu_{eff} &= \frac{\frac{u_c^4}{c_s^4 u_s^4 + c_m^4 u_m^4 + c_{mr}^4 u_{mr}^4 + c_l^4 u_l^4}}{\frac{\nu_s}{60} + \frac{\nu_m}{59} + \frac{\nu_{mr}}{50} + \frac{\nu_l}{112.6}} \\ &= \frac{(25.4855)^4}{\frac{(1)^4(25)^4}{60} + \frac{(1)^4(4.9255)^4}{59} + \frac{(1)^4(0.0289)^4}{50} + \frac{(14.128)^4(0.0354)^4}{112.6}} \\ &\doteq 64.7 \end{aligned} \quad (34)$$

由 t 分佈-表中，對應其自由度  $\nu_{eff}$  與信賴水準  $95\%$  得到  $t=2.00$ ，

所以衝擊吸收性試驗結果的擴充不確定度為：

$$U = k u_c = (2.00)(25.4855N) = 50.971N$$

## 第七節 不確定度報告

在量測不確定度評估報告中，其量測結果的報告至少需包含：

1. 細出被測量 Y 的完整定義。
2. 說明量測結果  $Y=y \pm U$ ，給出  $y$  和  $U$  及其單位。
3. 細出獲得  $U$  時所用的  $k$  值。
4. 細出區間  $y \pm U$  的信賴機率，並說明如何確定的。

在本研究之衝擊吸收性試驗中，依據 CNS1336 Z3001「產業用防護頭盔」方法進行測試，對於量測結果及其擴充不確定度的數值表達方式，防護頭盔之衝擊吸收性為  $(5189.58 \pm 50.97) N$ ，其中  $\pm$  符號之後的數值即為擴充不確定度  $U = k u_c$ ， $U$  則為組合標準不確定度  $u_c = 25.48N$ ，使用之涵蓋因子  $k = 2.00$ ， $k$  是依據自由度  $v=64.7$  的  $t$  分佈值得到的，定義區間具有 95% 信賴水準。

# 第三章 量測不確定度評估實例

## —產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗

### 第一節 前言

本研究依照 ISO/IEC Guide 98-1:2009 Uncertainty of measurement -- Part 1: Introduction to the expression of uncertainty in measurement，分析評估本分局產業用防護頭盔專業實驗室，依據 CNS1336 Z3001 (101.12.27) 執行產業用防護頭盔之量測不確定度的評估。

再者，依據 ISO (International Organization for Standardization) 與 BIPM (International Bureau of Weights and Measures) 等國際組織所訂的規範，量測不確定度的評估區分成”A”類與”B”類，定義如下：

#### ”A”類評估 (Type A Evaluation of Uncertainty)：

一個標準不確定度的估算方法，該法對一系列的觀測值進行統計分析，對其標準差作出最佳估計，「量測不確定度表達指南」正文 3.4.7 指出”記錄或分析數據中的疏忽可導致量測結果中引入較大的未知誤差。一般大的疏忽通過數據審查可識別，而小的疏忽則可掩蓋，甚至被視為隨機變化。不確定度的度量並非在於計算這種錯誤”。亦即在排除這些較明顯的數據誤差後，建議將可採用所謂實驗標準差來表示標準不確定度。

## ”B”類評估 (Type B Evaluation of Uncertainty)：

一個標準不確定度的估算方法，該法對一系列的觀測值不進行統計分析，在「量測不確定度表達指南」中對B類評估的定義是一用不同於觀測統計分析的其它方法作出的不確定度評定。包括依據以前的數據、利用現有的有關資料、按已有的知識和經驗作出的分析和估計等等，其範圍很廣，影響B類不確定度的因素多而複雜，還經常是不確定度的主要分量，因此，標準不確定度的B類評估往往更難且更加重要。

## 第二節 測試作業說明

### 1. 使用的主要儀器設備包含：

譜威科技顧問股份有限公司製造之產業用防護頭盔衝擊吸收試驗機組合 PCB 224C FORCE SENSOR 載重計感應器及大、標準、小型鎂合金標準頭型、FORCE TRANSMISSION TESTER 軟體等衝擊吸收性試驗設備。進行測試時，依據 PCB 224C FORCE SENSOR 的規格，輸入電壓感應靈敏度【mV/N】、速度參數等，衝擊吸收性測試產生之力量訊號，經由 FORCE TRANSMISSION TESTER 軟體的處理顯示力量及時間紀錄。

### 2. 衝擊吸收性測試的作業程序如下：

- (1) 產業用防護頭盔樣品試驗前狀態調節。
- (2) 使用查核墊查驗衝擊吸收性試驗機，測試前、後各查驗三次。
- (3) 由查驗結果決定測試值是否可接受。
- (4) 選用相當之標準頭型。
- (5) 產業用防護頭盔樣品依實際佩戴於頭部之相同方法佩戴於人頭模型測試 1 次。

### 3. 造成測試結果誤差可能的因素有 4 項：

- (1) PCB 224C FORCE SENSOR 載重計感應器
- (2) 衝擊吸收性試驗機本身
- (3) 測試人員的操作
- (4) 環境溫濕度

### 第三節 量測不確定度評估數學模式

- 若以  $AV$  表示衝擊吸收性試驗值，並假設每次試驗值均為讀值  $AV_r$  加上應修正之下列 4 項變異值
- $E_S$  PCB 224C FORCE SENSOR 載重計感應器標稱值之可能變異
- $E_m$  試驗機量測衝擊吸收性時之可能變異
- $E_{mr}$  試驗機讀數最小解析度所造成之可能變異
- $E_l$  衝擊距離所造成之可能變異

同時我們假設  $E_s$ 、 $E_l$  為 t 分配， $E_m$  為常態分配，而  $E_{mr}$  為矩形分配。

$$\text{所以 } AV = AV_r + E_s + E_m + E_{mr} + E_l \quad (35)$$

因此根據量測不確定度傳播定律

$$u_{AV}^2 = u_{AVr}^2 + u_{Es}^2 + u_{Em}^2 + u_{Emr}^2 + u_{El}^2 \quad (36)$$

#### 第四節 標準不確定度評估

##### 1. 人員、環境等隨機效應所造成之可能變異的標準不確定度 $u_{AVr}$

由於衝擊吸收性試驗機均已自動化，仰賴測試人員的技術成份已經很少，因此測試人員只要依規定程序操作，即可合理假設其所造成之誤差很小，可以不計。而使用查核墊查驗結果，我們知道環境溫濕度對衝擊吸收性試驗的影響很小，其影響可忽略不計。因此  $u_{AVr}$  不列入不確定度之計算。

##### 2. PCB 224C FORCE SENSOR 載重計感應器標稱值之可能變異的標準

###### 不確定度 $u_{Es}$

本項變異係由於 PCB 224C FORCE SENSOR 載重計感應器本身之重覆性不足所造成的，根據試驗時所使用之載重計感應器（序號 1020）的校正報告（PCB PIEZONTRONICS INC.，日期 6/12/2014，編號 525429），依據本實驗室產業用防護頭盔衝擊吸收性測試採用之載重計感應器，其輸入力量位準 5000N 校正結果之相對擴充不確定

度為 1% ，在相對應約 95% 之信賴水準、擴充係數為 2，所以我們直接引用校正報告上之不確定度值來計算，則標準不確定度

$$u_{Es} = \text{不確定度}/\text{擴充係數} = 1\% /2 = 0.5\%$$

換算為標準不確定度值為  $u_{Es} = 5000\text{N} \times 0.01/2 = 25\text{N}$

由擴充係數(涵蓋因子)k=2,相對應約 95%信賴水準，查表可得自由度  $v_{Es}=60$ 。

### 3. 試驗機量測衝擊吸收性時之可能變異的標準不確定度 $u_{Em}$

因產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗為破壞性試驗，無法使用同一頂產業用防護頭盔進行重覆量測，遂使用參考物質—查核墊來進行”A”類評估。使用經『加拿大 CADEX 公司』驗證之參考物質—查核墊，試驗條件為使用 CNS1336:2012 之鎂合金標準頭型、落下重量 5.0g、衝擊點：頂頭部、前處理溫度：常溫 4 小時以上，落下高度 300mm，以確保衝擊力量在 5kN 左右。於 104.1.2~104.11.6 期間，在相同試驗條件下計查驗 20 次，每次衝擊 3 回，其衝擊吸收性量測結果(單位:牛頓)，如表 2 所示。

表 2 衝擊吸收性量測結果

測試序號	第一回	第二回	第三回
1	5188.5	5215.3	5158.1
2	5169.5	5194.5	5169

3	5203.2	5174.3	5159.9
4	5250.2	5170.9	5186.3
5	5217.8	5120.4	5145
6	5208.4	5228.9	5154
7	5222.1	5183.1	5139.9
8	5235.6	5311.7	5160.5
9	5205.8	5258.5	5158.1
10	5248.3	5180.4	5152.7
11	5274.3	5190.4	5135
12	5212.3	5175.9	5154.7
13	5180.7	5171.4	5184.5
14	5239.9	5177.2	5163.6
15	5238.1	5151.6	5174.7
16	5195	5120.1	5169.6
17	5226.1	5146.8	5188.2
18	5241.3	5198.7	5146
19	5217.3	5175.7	5175.8
20	5200.7	5208.1	5170.1
平均值 $\bar{x}$	5189.578	$\sigma$ 的估計值 $s(x_j)$	38.15281
標準差 $\sigma$	37.83353	$\bar{x}$ 標準差 $s(\bar{x})$	4.925507

根據 20 次計 60 回的試驗結果，求出的標準差，僅為一組特定抽樣值的標準差  $\sigma$ ，並非抽樣的唯一值，如果再重覆一次，就會得到另一組值，進而產生不同的  $\bar{x}$  及  $\sigma$ ，因此必須求得  $\sigma$  值可能的估計值，其值可以下式求得：

$$s(x_j) = \sqrt{\left( \frac{1}{59} \sum_{j=1}^{60} (x_j - \bar{x})^2 \right)} = 38.15281$$

而其平均值  $\bar{x}$  奕非真正由無限多個樣本所得的平均值，因此可由群體估計標準差獲得所謂平均值的實驗標準差：

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_j)}{\sqrt{60}} = 4.925507$$

此即為所求之 A 類標準不確定度， $u_{Em} = 4.925507\text{N}$ 。

由 60 回測試過程可知自由度為  $v_{Em} = 59$ 。

#### 4. 試驗機讀數最小解析度之可能變異的標準不確定度 $u_{Emr}$

假設最小解析度  $0.1\text{N}$  為矩形分配，相對不確定性為  $10\%$ ，自由度為：

$$v_{Emr} = 1/2 * (100/10)^2 = 50$$

估算其標準不確定度為：

$$u_{Emr} = (0.1 * 1/2) / \sqrt{3} = 0.0289\text{N}$$

#### 5. 衝擊距離所造成之可能變異的標準不確定度 $u_{El}$

衝擊試驗時，衝擊頭與測試壘的距離，直接影響到測試結果，因此針對測試過程中的實際距離進行量測不確定度評估，試驗過程中是由電腦等控制系統去設定衝擊高度，我們針對  $300\text{mm}$  的高度進行測試，以確保衝擊力量在  $5\text{kN}$  左右。此項標準不確定度之計算可分為三個部份：

(1) 量測用經校正游標卡尺之標準不確定度： $u_1$

根據游標卡尺校正報告 (CLC 科技檢校中心，日期 2013.12.20，編號 CLL1819-102)，校正結果之相對擴充不確定度為 0.04mm，在相對應 95% 之信賴水準、擴充係數為 1.96，則標準不確定度：

$$u_1 = \text{相對擴充不確定度}/\text{擴充係數} = 0.04\text{mm}/1.96 = 0.0204\text{mm}$$

依附錄 A t 分佈，當擴充係數(涵蓋因子) $k=1.96$  時，相對應 95% 信賴水準，查表可得自由度  $v_1 = \infty$

(2) 針對實際測試高度進行重覆量測之標準不確定度： $u_2$

實際測試數據：29.75、29.95、29.7、29.8、29.8、29.8、29.75、29.85、29.9、29.85。

平均值：29.815。

$$\text{平均值的實驗標準差} : \frac{1}{10} \sqrt{\left( \frac{1}{9} \sum_{j=1}^{10} (x_j - \bar{x})^2 \right)} = 0.007472$$

此即為所求之標準不確定度， $u_2 = 0.0007 \text{ mm}$ 。

由 10 次測試過程可知自由度為  $v_2 = 9$

(3) 游標卡尺最小解析度之標準不確定度： $u_3$

假設最小解析度 0.1mm 為矩形分配，相對不確定性為 10%，自由度為： $v_3 = 1/2 * (100/10)^2 = 50$

估算其標準不確定度為：

$$u_3 = (0.1 * 1/2) / \sqrt{3} = 0.0289\text{mm}$$

由(1)(2)(3)衝擊距離所造成可能變異的組合標準不確定度：

$$u_{El} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = 0.0354\text{mm}$$

利用 Welch-Satterthwaite 公式來計算組合標準差的有效自由度：

$$\begin{aligned}\nu_{eff} &= \frac{\frac{u_{El}^4}{c_1^4 u_1^4} + \frac{u_{El}^4}{c_2^4 u_2^4} + \frac{u_{El}^4}{c_3^4 u_3^4}}{\frac{\nu_1}{c_1^4 u_1^4} + \frac{\nu_2}{c_2^4 u_2^4} + \frac{\nu_3}{c_3^4 u_3^4}} \\ &= \frac{(0.0354)^4}{\frac{(\infty)^4 (0.0204)^4}{\infty} + \frac{(1)^4 (0.0007)^4}{9} + \frac{(1)^4 (0.0289)^4}{50}} \\ &\doteq 112.6\end{aligned}$$

## 第五節 組合標準不確定度評估

依照 (36) 式，將各標準不確定度與敏感係數帶入計算組合標準不確定度，如表 3 所示。

表 3 組合標準不確定度計算表

不確定度來源	不確定度值	類型	機率分配	涵蓋因子 k	標準不確定度值 $u_i$	靈敏係數 $c_i$	$u_i * c_i$	$(u_i * c_i)^2$
$u(E_s)$	50N	B	t 分配	2	25N	1	25N	$625N^2$
$u(Em)$	4.9255N	A	常態	1	4.9255N	1	4.9255N	$24.2606N^2$
$u(Emr)$	$0.1N/2$	B	矩形	$\sqrt{3}$	0.0289N	1	0.0289N	$0.0008N^2$
$u(u_{El})$		B	常態		0.0354mm N / mm	14.128 0.5N		$0.25N^2$
$\sum (u_i * c_i)^2 = 649.5114 N^2$								
$u_{AV} = 25.4855 N$								

所以本報告之組合標準不確定度計算結果為 25.4855N。

## 第六節 擴充不確定度評估

本報告 20 次查驗結果數據呈常態分配，在 95% 之信賴水準可以採用擴充系數  $k=2$ ，擴充不確定度  $U=k\times u_{AV}=50.971N$ ，轉換成百分比表示如下：

$$u/y = (50.971/5189.578) \times 100\% = 0.982\%$$

## 第七節 量測不確定表示法

量測結果表示為  $y \pm U$ ，衝擊吸收性查驗結果可以表示為  $5189.578N \pm 50.971N$ ，相對擴充不確定度為 0.982%。

## 第八節 結果與討論

依據 ISO 等國際組織所訂的規範，從量測原理之數學模式來分析產業用防護頭盔衝擊吸收性之量測值，進而評估其不確定度。因產業用防護頭盔衝擊吸收性試驗為破壞性試驗，無法使用同一頂產業用防護頭盔進行重覆量測，遂使用參考物質—查核墊來進行”A”類評估。此參考物質—查核墊已送經『加拿大 CADEX 公司』驗證。

本實驗室在相同試驗條件下，分 20 次，每次三回，查驗衝擊吸收性試驗機，合計查驗 60 次，在 95% 信賴水準內其量測不確定度為 0.982%。

## 第四章 結論與建議

### 第一節 結論

本研究所做之相關試驗數據及分析是利用衝擊吸收墊去測試，排除實際測試樣品—「產業用防護頭盔」無法針對同一樣品進行重覆試驗的情形，可以幫助我們進一步了解整個試驗設備的穩定性，以及在同一基準的條件下，造成測試數據不同的主要影響因素分析。經由研究結果，我們可以發現載重計感應器的標準不確定度占總不確定的極大部份，另外，使用電腦設定衝擊高度亦會造成相當程度的不確定度影響，而本分局產業用防護頭盔衝擊吸收性量測的組合標準不確定度計算結果為  $25.4855\text{N}$ ，在  $95\%$  信賴水準內，其量測不確定度為  $0.982\%$ 。

### 第二節 建議

對於整個試驗分析的結果，可提供檢驗人員參考，除了載重計感應器等的不確定度之外，針對使用電腦設定衝擊高度的設定，亦可能影響量測結果，本研究顯示衝擊距離與量測之衝擊吸收性間的轉換因子「敏感係數」為  $14.128\text{N/mm}$  作為操作工作說明修訂的重要參考。實務上，建議在衝擊頭懸掛上吊鈎之後，以游標卡尺量測衝擊頭下緣與樣品上方衝擊點之距離，據以修正設定上升高度，以確保衝擊高度

之準確性，在衝擊高度修正後，再考慮衝擊高度造成之不確定度影響，當檢驗數據接近（不）合格邊緣值時，考量不確定度因素進行判定，藉以提升檢驗技術精度。

## 參考文獻

1. ANSI/NCSL, Z540-2-1997, “U.S. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”, 1st ed., October 1997.
2. Eurachem/CITAC, “Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement”, 2nd edition, 2000.
3. ILAC-G17:2002 Introducing the Concept of Uncertainty of Measurement in Testing in Association with the Application of the Standard ISO/IEC 17025.
4. ISO/DTS 21748, “Guide to the use of repeatability, reproducibility and trueness estimates in measurement uncertainty estimation”.
5. ISO/IEC 17025:1999, “General requirements for the competence of calibration and testing laboratories”.
6. United Kingdom Accreditation Service, “The Expression of Uncertainty in Testing”, UKAS publication ref: LAB 12, 1st ed., September 2000.
7. 周江文, “誤差理論”, 測繪出版社, 1984.
8. 叶德培, “測量不確定度”, 國防工業出版社, 1995.
9. 徐章, “量測不確定度評估理論與實務”, 財團法人工業技術研究院量測技術發展中心, 2006.
10. 林洪樺, “測量誤差與不確定度評估”, 機械工業出版社, 2009.
11. “量測資訊計量技術專刊③量測不確定篇”, 工業技術研究院, 1996.
12. “量測不確定度研討會(基礎班)”訓練教材 第8.3版, 2013.

## 相關網站

- (1) American National Standards Institute (ANSI): [www.ansi.org](http://www.ansi.org)
- (2) American Society for Testing and Materials (ASTM): [www.astm.org](http://www.astm.org)
- (3) American Society of Mechanical Engineers (ASME): [www.asme.org](http://www.asme.org)
- (4) Co-Operation on International Traceability in Analytical Chemistry (CITAC): [www.citac.ws](http://www.citac.ws)
- (5) Eurachem: [www.eurachem.bam.de](http://www.eurachem.bam.de)
- (6) European cooperation for Laboratory Accreditation (EA):  
[www.european-accreditation.org](http://www.european-accreditation.org)
- (7) International Laboratory Accreditation Cooperation (ILAC):  
[www.ilac.org/](http://www.ilac.org/)
- (8) International Organization for Standardization (ISO): [www.iso.ch](http://www.iso.ch)
- (9) International vocabulary of basic and general terms in metrology (VIM): [www.cornnet.nl/~mlbroens/vim.htm](http://www.cornnet.nl/~mlbroens/vim.htm)
- (10) National Conference of Standards Laboratories International (NCSLI, formerly known as NCSL, the National
- (11) Conference of Standards Laboratories): [www.ncslinternational.org](http://www.ncslinternational.org)
- (12) National Institute of Standards and Technology (NIST):  
[www.nist.gov](http://www.nist.gov)

(13) NIST-SEMATECH Engineering Statistics Internet Handbook:

[www.itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm](http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm)

(14) Uncertainty Analysis:

[www.itl.nist.gov/div898/handbook/mpc/section5/mpc5.htm](http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/mpc/section5/mpc5.htm)

(15) United Kingdom Accreditation Service (UKAS): [www.ukas.com](http://www.ukas.com)

## 附錄 A t-分佈

Degrees of freedom $v$	Fraction $p$ in percent					
	68.27 <sup>(2)</sup>	90.00	95.00	95.45 <sup>(2)</sup>	99.00	99.73 <sup>(2)</sup>
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.8
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	3.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
6	1.09	1.94	2.45	2.52	3.71	4.90
7	1.08	1.89	2.36	2.43	3.50	4.53
8	1.07	1.86	2.31	2.37	3.36	4.28
9	1.06	1.83	2.26	2.32	3.23	4.09
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
11	1.05	1.80	2.20	2.25	3.11	3.85
12	1.04	1.78	2.18	2.23	3.03	3.76
13	1.04	1.77	2.16	2.21	3.01	3.69
14	1.04	1.76	2.14	2.20	2.98	3.64
15	1.03	1.75	2.13	2.18	2.95	3.59
16	1.03	1.75	2.12	2.17	2.92	3.54
17	1.03	1.74	2.11	2.16	2.90	3.51
18	1.03	1.73	2.10	2.15	2.88	3.48
19	1.03	1.73	2.09	2.14	2.86	3.45
20	1.03	1.72	2.09	2.13	2.85	3.42
25	1.02	1.71	2.06	2.11	2.79	3.33
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
35	1.01	1.70	2.03	2.07	2.72	3.23
40	1.01	1.68	2.02	2.06	2.70	3.20
45	1.01	1.68	2.01	2.06	2.69	3.18
50	1.01	1.68	2.01	2.05	2.68	3.16
100	1.005	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
$\infty$	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

<sup>(2)</sup>For a quantity  $z$  described by a normal distribution with expectation  $\mu_0$  and standard deviation  $\sigma$ , the interval  $\mu_0 \pm k\sigma$  encompasses  $p = 68.27$ ,  $95.45$ , and  $99.73$  percent of the distribution for  $k = 1$ ,  $2$ , and  $3$  respectively.